

НЕГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ТОМСКИЙ ЭКОНОМИКО-ЮРИДИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ



УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебной работе
В. Г. Новокшопова

20.11.2015 г.

ПРОГРАММА

ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ 2016
(письменное тестирование)
ПО ПРЕДМЕТУ
МАТЕМАТИКА

для лиц, имеющих право проходить вступительные испытания,
проводимые вузом самостоятельно



Томск 2015

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В ТЭЮИ

Программа вступительных испытаний по математике составлена на основе требований федерального государственного образовательного стандарта общего образования и федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Цель экзамена – оценить уровень общеобразовательной подготовки абитуриентов по математике для осуществления конкурсного отбора.

Вступительное испытание проводится в форме письменного тестирования. Абитуриентам необходимо выполнить 15 заданий. Максимальное количество баллов – 100. Минимальное количество баллов, засчитываемое как успешный результат сдачи вступительного испытания, – 27 баллов.¹

Задания предусматривают проверку усвоения знаний и умений абитуриентов на разных уровнях: воспроизведение знаний, применение знаний и умений в знакомой, измененной и новой ситуациях.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1-8 имеют базовый уровень; задания 9-15 - повышенный уровень. Задание с кратким ответом (1-12) считается выполненным, если в бланке ответов №1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. При выполнении заданий с развернутым ответом (13-15) в бланке ответов №2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

Для проверки знаний в Приложении 1 настоящей Программы размещен проверочный вариант тестирования, в Приложении 2 правильные ответы.

1. Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Общий наибольший делитель. Общее наименьшее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q): их сложение, вычитание, умножение, деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения. Степень с натуральными и рациональными показателями. Арифметический корень. Логарифмы, их свойства. Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена. Понятие функции. Способы задания функций. Область определения, множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической; арифметического корня. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций

¹ Минимальное количество баллов установлено в соответствии с действующим на дату утверждения Правил приема в ТЭЮИ на 2016-2017 учебный год Распоряжения Росособнадзора «Об установлении минимального количества баллов единого государственного экзамена, необходимого для поступления на обучение по программам бакалавриата и программам специалитета» № 1701-10 от 04.09.2014г. В случае изменения минимального количества баллов для поступления в вузы РФ

2. Элементы теории вероятности

Классическое определение вероятности.

3. Геометрия.

Прямая, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразования подобия и его свойства. Многоугольник, его высоты, стороны, диагонали. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Вписанный угол. Центральная дуга. Касательная к окружности. Дуга, окружность. Сектор. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Центральные и вписанные углы. Формула площади; треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости. Угол прямой с плоскостью, Перпендикуляр к плоскости. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей. Многогранники: их высоты, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамида. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды и их виды. Фигуры вращения: цилиндр, сфера, конус, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере. Формула объема параллелепипеда. Формула площади поверхности и объема призмы. Формула площади поверхности и объема пирамиды. Формула площади поверхности и объема цилиндра. Формула площади поверхности и объема конуса. Формула объема шара. Формула площади сферы.

Список рекомендуемой литературы

1. *Алтынов П. И.* Тесты. Алгебра, Тесты. Геометрия (7; 8; 9; 10; 11 классы)
2. *Никольский С.М. и др.* Алгебра и начала анализа 10 класс. – М.: Просвещение, 2001
3. *Никольский С.М. и др.* Алгебра и начала анализа 11 класс. – М.: Просвещение, 2001
4. *Симонов А. Я.* Система тренировочных задач и упражнений по математике 11 классов.
5. *Выгодский М. Я.* Справочник по элементарной математике / М. Я. Выгодский. — М.: АСТ Астрель, 2006 — 509 с.
6. *Высоцкий И. Р., Яценко И. В.* Задача В10. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь / Под ред. А. Л. Семёнова и И. В. Яценко. — 2-е изд., доп. — М.: МЦНМО, 2013. — 48 с.
7. *Корянов А. Г., Прокофьев А. А.* Математика ЕГЭ 2011. Типовые задания С1. Отбор корней в тригонометрических уравнениях.

И.ФИПИ, ЕГЭ-2016, Типовые экзаменационные варианты под редакцией И.В. Яценко, 36 вариантов. Издательство «Национальное образование».

Интернет-ресурс

<http://mathb.reshuege.ru>

<http://alexlarin.net/>

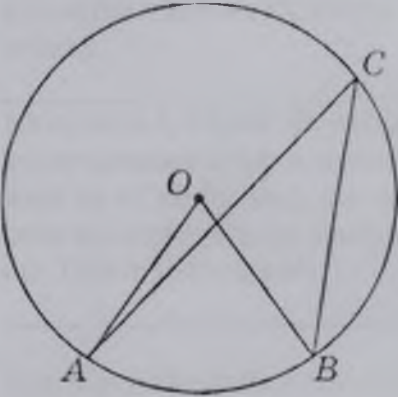
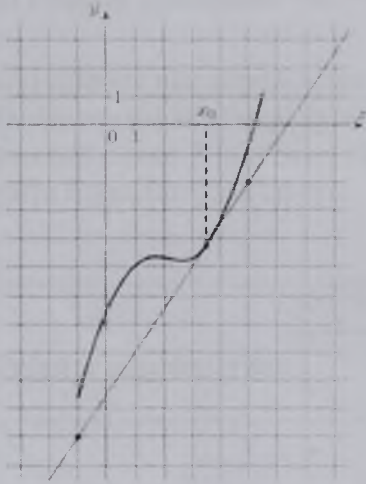
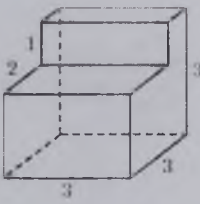


Проверочный вариант

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1-8 имеют базовый уровень; задания 9-15 - повышенный уровень. Задание с кратким ответом (1-12) считается выполненным, если в бланке ответов №1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. При выполнении заданий с развернутым ответом (13-15) в бланке ответов №2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

Вопросы к тестированию

Задание 1. (5 баллов)	Сырок стоит 7 рублей 30 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 70 рублей?																														
Задание 2. (5 баллов)	<p>На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 17 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.</p> <table border="1"><caption>Temperature data from the graph</caption><thead><tr><th>Дата и время</th><th>Температура (°C)</th></tr></thead><tbody><tr><td>15 октября 00:00</td><td>9</td></tr><tr><td>15 октября 06:00</td><td>7.5</td></tr><tr><td>15 октября 12:00</td><td>11</td></tr><tr><td>15 октября 18:00</td><td>8</td></tr><tr><td>16 октября 00:00</td><td>6</td></tr><tr><td>16 октября 06:00</td><td>5</td></tr><tr><td>16 октября 12:00</td><td>9</td></tr><tr><td>16 октября 18:00</td><td>4</td></tr><tr><td>17 октября 00:00</td><td>1</td></tr><tr><td>17 октября 06:00</td><td>5</td></tr><tr><td>17 октября 12:00</td><td>3</td></tr><tr><td>17 октября 18:00</td><td>0</td></tr><tr><td>17 октября 00:00</td><td>-1</td></tr><tr><td>17 октября 06:00</td><td>0</td></tr></tbody></table>	Дата и время	Температура (°C)	15 октября 00:00	9	15 октября 06:00	7.5	15 октября 12:00	11	15 октября 18:00	8	16 октября 00:00	6	16 октября 06:00	5	16 октября 12:00	9	16 октября 18:00	4	17 октября 00:00	1	17 октября 06:00	5	17 октября 12:00	3	17 октября 18:00	0	17 октября 00:00	-1	17 октября 06:00	0
Дата и время	Температура (°C)																														
15 октября 00:00	9																														
15 октября 06:00	7.5																														
15 октября 12:00	11																														
15 октября 18:00	8																														
16 октября 00:00	6																														
16 октября 06:00	5																														
16 октября 12:00	9																														
16 октября 18:00	4																														
17 октября 00:00	1																														
17 октября 06:00	5																														
17 октября 12:00	3																														
17 октября 18:00	0																														
17 октября 00:00	-1																														
17 октября 06:00	0																														
Задание 3. (5 баллов)	<p>Найдите площадь прямоугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.</p>																														

<p>Задание 4. (5 баллов)</p>	<p>Люба включает телевизор. Телевизор включается на случайном канале. В это время по четырем каналам из шестнадцати показывают музыкальные клипы. Найдите вероятность того, что Люба попадет на канал, где клипы не идут.</p>
<p>Задание 5. (5 баллов)</p>	<p>Найдите корень уравнения: $x^2 - 13x + 42 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.</p>
<p>Задание 6. (5 баллов)</p>	<p>Центральный угол на 57° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>Задание 7. (5 баллов)</p>	<p>На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.</p> 
<p>Задание 8. (5 баллов)</p>	<p>Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).</p> 

Задание 9. (7 баллов)	Найдите значение выражения $(7x^6)^2 : 7x^{12}$.
Задание 10. (7 баллов)	Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 22 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.
Задание 11. (7 баллов)	Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 45 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2 часа 30 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.
Задание 12. (7 баллов)	Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 + 6x^2 + 11$ на отрезке $[-1; 1]$.
Задание 13. (максимум 10 баллов)	а) Решите уравнение $\log_4(\sin x + \sin 2x + 16) = 2$. б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.
Задание 14. (максимум 10 баллов)	В правильную четырёхугольную пирамиду, боковое ребро которой равно 17, а высота равна 7, вписана сфера. (Сфера касается всех граней пирамиды.) Найдите площадь этой сферы.
Задание 15. (максимум 12 баллов)	Решите неравенство: $\frac{3x^2 - 2x - 11 - 9}{x} \geq 0$.

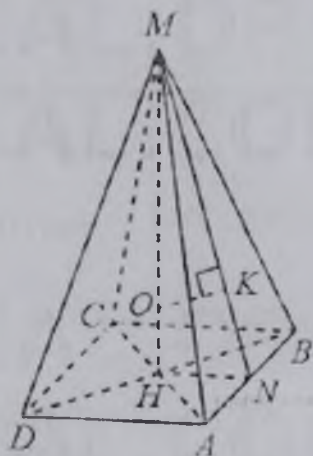


№ задания	Правильный ответ	Оценка правильного ответа в баллах
Задание 1	9	(5 баллов)
Задание 2	5	(5 баллов)
Задание 3	21	(5 баллов)
Задание 4	0.75	(5 баллов)
Задание 5	6	(5 баллов)
Задание 6	57	(5 баллов)
Задание 7	1.5	(5 баллов)
Задание 8	50	(5 баллов)
Задание 9	7	(7 баллов)
Задание 10	10	(7 баллов)
Задание 11	15	(7 баллов)
Задание 12	11	(7 баллов)

№ задания	Решение, правильный ответ и критерий оценивания										
Задание 13	<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th>Критерии оценивания выполнения задания</th> <th>Баллы</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>Максимальный балл</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table> <p>а) Решите уравнение $\log_4(\sin x + \sin 2x + 16) = 2$.</p> <p>б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.</p> <p>Решение.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div> <p>а) Из данного уравнения получаем: $\sin x + \sin 2x + 16 = 16 \Leftrightarrow \sin x + 2\cos x \sin x = 0 \Leftrightarrow$ Значит, или $\sin x = 0$, откуда $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$, или $\cos x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.</p> <p>б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$, получим числа $4\pi, -\frac{10\pi}{3}, -3\pi, -\frac{8\pi}{3}$.</p> </div> </div> <p>Ответ: а) $\pi k, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$, б) $4\pi, -\frac{10\pi}{3}, -3\pi, -\frac{8\pi}{3}$.</p>	Критерии оценивания выполнения задания	Баллы	Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	10	Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б	5	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0	Максимальный балл	10
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы										
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	10										
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б	5										
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0										
Максимальный балл	10										

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	10
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	10

В правильную четырёхугольную пирамиду, боковое ребро которой равно 17, а высота равна 7, вписана сфера. (Сфера касается всех граней пирамиды.) Найдите площадь этой сферы.



Решение.

Пусть MH — высота правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ с вершиной M , тогда треугольник AMH — прямоугольный, $MA = 17$, $MH = 7$, откуда

$$AH = \sqrt{MA^2 - MH^2} = 4\sqrt{15}.$$

Треугольник ABH — прямоугольный равнобедренный, следовательно, $AB = AH\sqrt{2} = 4\sqrt{30}$. В треугольнике AMB высота

$$MN = \sqrt{MA^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 13.$$

В равнобедренном прямоугольном треугольнике

$$HN = \frac{AB}{2} = 2\sqrt{30}.$$

ABH высота

Центр O сферы, вписанной в правильную четырёхугольную пирамиду, лежит на её высоте MH , точка K касания сферы и боковой грани AMB лежит на отрезке MN . Треугольники $МОК$ и MNH подобны, поэтому

$$MO : OK = MN : HN \Leftrightarrow \frac{7-r}{r} = \frac{13}{2\sqrt{30}} \Leftrightarrow (7-r) \cdot 2\sqrt{30} = 13 \cdot r \Leftrightarrow r = \frac{26\sqrt{30} - 12}{7}$$

где r — радиус сферы.

$$S = 4\pi r^2 = \frac{480(289 - 52\sqrt{30})\pi}{49}$$

Площадь сферы

$$\frac{480(289 - 52\sqrt{30})\pi}{49}$$

Ответ:

Обоснованно получен верный ответ. 12

Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения. 6

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. 0

$$\frac{3x^2 - 2x - 1 - 9}{x} \geq 0.$$

Решите неравенство:

Решение.

Решим неравенство методом интервалов:

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 2x - 1 - 9}{x} \geq 0 &\Leftrightarrow \frac{3x^2 - 2x - 1 - 3^2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(3-1)(x^2 - 2x - 1) - 2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 1^2 - 2^2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x + 1)}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-3)(x-1)^2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0, \\ x = 1, \\ x \geq 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $[-1; 0) \cup \{1\} \cup [3; +\infty)$.